***Лабораторная работа 1.01***

***Исследование распределения случайной величины***

*Выполнил: Лев Чечулин*

*Группа: М3113 (М3102)*

*Работа выполнена: 11.04.2021*

Цель работы:

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.

2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.

3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.

4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

Лабораторная установка:

В работе используются устройство или прибор, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей герца (**часы с секундной стрелкой**, стрелочный секундомер, математический или физический маятник) и **цифровой секундомер**, с ценой деления не более 0,01 с. Первый прибор задает интервал времени, который многократно измеряется цифровым секундомером.

 

Часы с секундной стрелкой Цифровой секундомер

1. Сделаем измерения и обработаем результаты

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Результаты измерений | Отклонение от среднего | Квадрат отклонения: |
| 1 | 4,89 | -0,10 | 0,0104 |
| 2 | 4,79 | -0,20 | 0,0409 |
| 3 | 4,81 | -0,18 | 0,0332 |
| 4 | 4,93 | -0,06 | 0,0039 |
| 5 | 5,11 | 0,12 | 0,0139 |
| 6 | 4,99 | 0,00 | 0,0000 |
| 7 | 5,11 | 0,12 | 0,0139 |
| 8 | 5,31 | 0,32 | 0,1010 |
| 9 | 5,35 | 0,36 | 0,1280 |
| 10 | 5,02 | 0,03 | 0,0008 |
| 11 | 4,84 | -0,15 | 0,0232 |
| 12 | 4,91 | -0,08 | 0,0068 |
| 13 | 4,83 | -0,16 | 0,0263 |
| 14 | 4,75 | -0,24 | 0,0587 |
| 15 | 5,11 | 0,12 | 0,0139 |
| 16 | 5,08 | 0,09 | 0,0077 |
| 17 | 5,56 | 0,57 | 0,3224 |
| 18 | 5,08 | 0,09 | 0,0077 |
| 19 | 4,93 | -0,06 | 0,0039 |
| 20 | 5,30 | 0,31 | 0,0947 |
| 21 | 5,13 | 0,14 | 0,0190 |
| 22 | 4,83 | -0,16 | 0,0263 |
| 23 | 5,00 | 0,01 | 0,0001 |
| 24 | 4,98 | -0,01 | 0,0001 |
| 25 | 5,12 | 0,13 | 0,0163 |
| 26 | 4,51 | -0,48 | 0,2325 |
| 27 | 5,08 | 0,09 | 0,0077 |
| 28 | 5,21 | 0,22 | 0,0474 |
| 29 | 5,08 | 0,09 | 0,0077 |
| 30 | 5,10 | 0,11 | 0,0116 |
| 31 | 4,83 | -0,16 | 0,0263 |
| 32 | 4,98 | -0,01 | 0,0001 |
| 33 | 4,59 | -0,40 | 0,1618 |
| 34 | 5,04 | 0,05 | 0,0023 |
| 35 | 4,67 | -0,32 | 0,1038 |
| 36 | 5,22 | 0,23 | 0,0519 |
| 37 | 5,00 | 0,01 | 0,0001 |
| 38 | 5,15 | 0,16 | 0,0249 |
| 39 | 4,96 | -0,03 | 0,0010 |
| 40 | 5,07 | 0,08 | 0,0061 |
| 41 | 4,98 | -0,01 | 0,0001 |
| 42 | 4,82 | -0,17 | 0,0297 |
| 43 | 4,81 | -0,18 | 0,0332 |
| 44 | 5,03 | 0,04 | 0,0014 |
| 45 | 4,65 | -0,34 | 0,1171 |
| 46 | 4,98 | -0,01 | 0,0001 |
| 47 | 5,13 | 0,14 | 0,0190 |
| 48 | 4,93 | -0,06 | 0,0039 |
| 49 | 5,14 | 0,15 | 0,0218 |
| 50 | 4,89 | -0,10 | 0,0104 |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. Построим гистограмму:

По результатам Табл.1 «Результаты прямых измерений» найдем наименьшее и наибольшее измерение:

|  |  |
| --- | --- |
| Tmin: | 4,51 |
| Tmax: | 5,56 |

Промежуток [4.51; 5.56] разобьём на 7 (√𝑁 = 7, где N – количество измерений) равных отрезков. И запишем их границы во 2й и 3й столбики нашей таблицы.

Подсчитаем число результатов измерений, попавших в каждый интервал, и занесем это значение в 4й столбец.

∆t для каждого интервала составит 1/7 от размера общего интервала (Tmax – Tmin) = 1,05 / 7 = 0,15

Опытное значение плотности вероятности находится по формуле:

Построим гистограмму, пользуясь этими данными:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | от | до | ∆N | ∆t, c | Pоп, c ^ (-1) |
| 1 интервал | 4,51 | 4,66 | 3 | 0,15 | 0,40 |
| 2 интервал | 4,66 | 4,81 | 5 | 0,15 | 0,67 |
| 3 интервал | 4,81 | 4,96 | 12 | 0,15 | 1,60 |
| 4 интервал | 4,96 | 5,11 | 19 | 0,15 | 2,53 |
| 5 интервал | 5,11 | 5,26 | 7 | 0,15 | 0,93 |
| 6 интервал | 5,26 | 5,41 | 3 | 0,15 | 0,40 |
| 7 интервал | 5,41 | 5,56 | 1 | 0,15 | 0,13 |

1. Найдём среднее арифметическое результатов измерений по формуле:

Найдём выборочное среднеквадратичное отклонение результатов измерений по формуле:

1. Найдём сумму отклонений результатов измерений от среднего по формуле: , если равно 0, значит мы всё правильно вычислили.
2. Найдём максимальное значение вероятностного распределения: и занесём всё это в таблицу.

|  |  |
| --- | --- |
| Среднее: | 4,99 |
| Сумма отклонений: | 0,00 |
| Выборочное среднеквадратичное отклонение: | 0,20 |
| Pmax: | 2,03 |

1. Вернёмся к нашим отрезкам и гистограмме. Найдём середины этих отрезков, как среднее арифметическое между их краями.

Далее вычислим значение функции вероятностного распределения для каждого из отрезков по формуле:, где  - математическое

ожидание (в нашем случае, = 5с), а = 0,20 с.

Получившаяся таблица для обеих гистограмм (опытной и нормальной)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | от | до | ∆N | ∆t, c | ∆N/(N\*∆t), c ^ (-1) | | t(ср), c | P, c ^ (-1) | ∆N(норм) |
| 1 интервал | 4,51 | 4,66 | 3 | 0,15 | 0,40 | | 4,585 | 0,22 | 1,64 |
| 2 интервал | 4,66 | 4,81 | 5 | 0,15 | 0,67 | | 4,735 | 0,82 | 6,14 |
| 3 интервал | 4,81 | 4,96 | 12 | 0,15 | 1,60 | | 4,885 | 1,71 | 12,82 |
| 4 интервал | 4,96 | 5,11 | 19 | 0,15 | 2,53 | | 5,035 | 2,00 | 14,98 |
| 5 интервал | 5,11 | 5,26 | 7 | 0,15 | 0,93 | | 5,185 | 1,30 | 9,77 |
| 6 интервал | 5,26 | 5,41 | 3 | 0,15 | 0,40 | | 5,335 | 0,48 | 3,57 |
| 7 интервал | 5,41 | 5,56 | 1 | 0,15 | 0,13 | | 5,485 | 0,10 | 0,73 |
|  | | | | |  |
|  | | | | |  |
|  | | | | |  |
|  | | | | |  |
|  | | | | |  |

1. Проверим, насколько точно выполняется в наших опытах соотношение между вероятностями стандартных доверительных интервалов и долями ΔN/N. Для этого вычислим границы интервалов интервалы [⟨𝑡⟩N ⎻ σN; ⟨𝑡⟩N + σN], [⟨𝑡⟩N ⎻ 2σN; ⟨𝑡⟩N + 2σN] и [⟨𝑡⟩N ⎻ 3σN; ⟨𝑡⟩N + 3σN] для найденных нами значений ⟨𝑡⟩N = 5 с, σN = 0,20 с (пункт 3).
2. По данным Табл.1 «Результаты прямых измерений» подсчитаем количество ΔN измерений (4-ый столбец Табл.3 «Стандартные доверительные интервалы»), попадающие в интервалы, и отношение ΔN/N этого количества к общему числу измерений (5-ый столбец Табл.3).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Доверительные интервалы: | от | до | ∆N | ∆N/N | P |
| ⟨𝑡⟩±𝜎 | 4,80 | 5,19 | 38 | 0,76 | 0,68 |
| ⟨𝑡⟩±2𝜎 | 4,60 | 5,39 | 47 | 0,94 | 0,95 |
| ⟨𝑡⟩±3𝜎 | 4,40 | 5,58 | 50 | 1,00 | 0,99 |

Сравнивая полученный доли с соответствующими нормальному распределению значениями P вероятности (*6-ый столб. Табл. 3*) можем заметить, что наши доли в среднем незначительно превосходят нормальное распределение значений P вероятности. Обусловлено это сравнительно малым количеством измерений и сравнительно небольшой амплитудой значений (в интервал [⟨𝑡⟩N ± 3σN] попали абсолютно все значения).

1. Рассчитаем среднеквадратичное отклонение среднего значения по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
| Среднеквадратичное отклонение среднего значения | 0,03 |

1. Табличное значение коэффициента Стьюдента для доверительной вероятности 𝛼 = 0,95 и степени свободны (N - 1) = 49, равно 2,01.

Умножая среднеквадратичное отклонение среднего на коэффициент Стьюдента, получаем доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Доверительный интервал: | 4,94 | 5,05 |

1. **ВЫВОД:**

Были проведены многократные измерения определенного интервала времени. Так же мы построили гистограмму распределения результатов измерения, затем вычислили среднее значение и дисперсию полученной выборки, сравнили гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией. Исследовали понятие коэффициента Стьюдента и вычислили доверительный интервал для измеряемого промежутка времени. Желаемое значение попало в этот промежуток.